ESPACIO LÚDICO

HISTORIAS MATEMÁTICAS

EL NÚMERO e

¿Por qué tiene tanta importancia en las ciencias un número tan raro como es el número e?

Si hay tantos números infinitos, ¿por qué tiene que haber números «más importantes» que otros? ¿No debería ocurrir que todos los números fuesen «iguales»? (declaración Universal de los derechos numéricos: *Todos los números son iguales*)

Pues no. Como todos los números son distintos, cada uno tiene sus propiedades especiales: el cero no puede dividir, el uno es el elemento neutro de la multiplicación, dos es el único número primo que es par, 1,9989898909809809809898090980900099773743432111 es distinto del resto de los números y así hasta aburrirnos.

Las matemáticas son una disciplina que está a nuestro servicio. Son un cúmulo de sabiduría destilada y abstracta que ha surgido del día a día. Los agricultores desarrollaron la Geometría y el Cálculo por la necesidad elemental de dividir la tierra equitativamente. Los arquitectos inventaron métodos para construir casas y edificaciones que fueran sólidas y duraderas (todavía quedan acueductos en pie de la época de los romanos). Los navegantes, necesitaban averiguar su posición a partir de ciertos datos y además necesitaban saber cómo elaborar mapas (hay mapas que conservan ángulos, otros que conservan áreas, etc.).

De toda esta experiencia "casual" han ido ocurriendo cosas repetidamente: la experiencia ha demostrado que "π " sucede con mucha frecuencia. La gente no ha tenido más remedio que desarrollar técnicas de pensamiento precisas para manejar distintos tipos de infinitos ¿por amor al arte? No, por pura necesidad (hay mucha gente que detesta el estudio sistemático de los infinitos y se ve obligada a ello por pura necesidad).

El número e, es la base de los logaritmos naturales y es sin duda el número más importante del campo del cálculo. Su valor aproximado es:

$$2.71828182845904523 \cdots$$

El número e es un número irracional trascendente y una de esas "cosas" que aparecen una y otra vez. Es especial ya que aparece en problemas que necesitan de un cierto desarrollo y “madurez matemática", aparece en problemas que uno no entiende bien y carece de perspectiva para ver a esos problemas.

Resumiendo: *"e " es importante porque aparece muchas veces, aunque no quieras usarlo*.

¿Qué tiene de especial e?

El número e aparece de manera "natural" en las operaciones tipo logaritmo y en las exponenciación. Los logaritmos eran muy usados antiguamente, cuando la gente no disponía de calculadoras de bolsillo. Entonces se usaban muchos los logaritmos, que tienen la propiedad especial de convertir multiplicaciones en sumas: esto era importante porque la multiplicación es mucho más tediosa de hacer que la suma cuando se trabaja con papel y lápiz; ahora con las computadoras y calculadoras de bolsillo da igual.

Uno es importante porque es el elemento neutro de una operación importante: la multiplicación. Análogamente, e es importante porque es un ingrediente importante de un elemento que es neutro para una operación importante: la derivación: la derivada de e^xvuelve a ser e^x y por tanto, también la integral de e^xes e^x.

Las ecuaciones diferenciales se usan mucho para elaborar modelos de la realidad. Este tipo de ecuaciones tienen la pega de que son rabiosamente difíciles de resolver, incluso con ordenadores. De entre las ecuaciones diferenciales, las más fáciles son las "ecuaciones diferenciales ordinarias lineales". Como son "fáciles", muchas veces se usa una ecuación lineal "parecida" a una no lineal y se resuelve la lineal esperando que la información obtenida sea de utilidad para la ecuación diferencial original. Las ecuaciones diferenciales ordinarias lineales están muy estudiadas y se sabe bien cómo son sus soluciones. ¿Adivinas qué operación aparece en la solución de una ecuación diferencial ordinaria lineal? Pues ¡la exponenciación! Y en la exponenciación, el número rey es el número e.

El número e vuelve a aparecer en otro contexto: en el contexto de los números complejos. Y aparece por allí y por allá. Quizás el acto de presencia más impactante sea en la siguiente fórmula:

$$0 = 1 + e^{i\pi}$$

Esta fórmula resulta impresionante porque en ella aparecen las operaciones más importantes (suma, multiplicación y exponenciación) y además los números más famosos: el 0, el 1, e, i (la unidad imaginaria de los números complejos y π. Todos bien juntitos.

Su definición formal es:

$$e = \lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$$

Fue la primera vez que se definió un número mediante un límite.

La expresión anterior puede también escribirse como:

$$e = \sum_{x=0}^{\infty} \frac{1}{x!}$$

Que desarrollada es:

$$e = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{120} + \cdots \approx 2.7182818284 \cdots$$

Con las computadoras actuales se tiene una buena herramienta para calcular las constantes famosas, y en internet se encuentran muchas páginas con esta información. Varios equipos de investigadores están calculando dígitos de e, entre los cuales se destaca el de Shigeru Kondo, que reportó en octubre de 2003 la cantidad de 50,100'000.000 dígitos calculados correctamente. El cálculo computacional del número e y sus propiedades no tienen aplicación inmediata en la solución de problemas concretos. Sin embargo, su estudio sigue avanzando y cada día hay nuevos resultados interesantes desde el punto de vista teórico. Lo que todos los matemáticos tienen por cierto es que por más potentes que sean los computadores, nunca será posible calcular todas las cifras decimales de e. Sin embargo, e existe como número real… en el mundo de las ideas.